



تمرینات درس جبرخطی عددی- رشته ریاضیات و کاربردها
سری سوم- روش های تکراری تقریب مقادیر ویژه

مهلت تحویل: ۱۴۰۳/۱۰/۱۴

مدرس: حسینی

(۱) نشان دهید اگر ماتریس A با تبدیل مشابه AP^{-1} قطری شود و B یک ماتریس دلخواه باشد آنگاه مقادیر ویژه $A+B$ در اجتماع دایره های

$$\{z \in \mathbb{C} : |z - \lambda_k| \leq \kappa_\infty(P)\|B\|_\infty\},$$

قرار دارند که در آن $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ مقادیر ویژه ماتریس A بوده و $\kappa_\infty(P)$ عدد حالت ماتریس P است.

(۲) نشان دهید همه مقادیر ویژه ماتریس

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \end{bmatrix},$$

مثبت هستند.

(۳) (الف) نشان دهید ماتریس انعکاس هاوس-هولدر $H = I - 2ww^T$ که در آن $\|w\| = 1$ ، ماتریسی متقارن و متعامد است.

(ب) مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس H را بیابید.

(۴) جواب مساله کمترین مربعات برای دستگاه

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

را به دست آورید.

(۵) تجزیه QR ماتریس

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix},$$

را با استفاده از الگوریتم متعامدسازی گرام-اشمیت به دست آورید.

۶) یک تجزیه مقدار تکین برای ماتریس زیر بیابید.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

«موفق باشید»