



تمرینات درس مبانی آنالیز عددی- رشته علوم کامپیوتر
سری چهارم: درونیابی

مدرس: حسینی

مهلت تحویل: ۱۴۰۳/۱۰/۰۴

(۱) حداکثر اندازه گام h را برای جدول بندی تابع $\cos x$ در نقاط هم فاصله طوری بیابید که خطای حاصل از درونیابی خطی نایبتر از $10^{-4} \times 0.5$ باشد؟

(۲) نشان دهید اگر $P(x)$ تابع f را در n نقطه x_0, x_1, \dots, x_{n-1} و $Q(x)$ تابع f را در n نقطه x_1, x_2, \dots, x_n درونیابی کنند، آنگاه تابع

$$S(x) = P(x) + \frac{x_0 - x}{x_n - x_0} \cdot (P(x) - Q(x)),$$

تابع f را در $n+1$ نقطه x_0, x_1, \dots, x_n درونیابی می کند.

(۳) فرض کنید x_0, x_1, \dots, x_n نقاط متمایز باشند. نشان دهید

$$\sum_{i=0}^n x_i^{n+1} L_i(x_0) = (-1)^n \prod_{i=0}^n x_i.$$

(۴) فرض کنید $f(x) = \frac{1}{ax+b}$ و $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ نقاط متمایزی از دامنه f باشند. نشان دهید

$$f[x_0, \dots, x_n, x] = \frac{(-a)^n}{ax+b} \prod_{k=1}^n \frac{1}{ax_k + b}.$$

(۵) تابع خطا به صورت

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt,$$

تعریف می شود. مقادیر این تابع به صورت جدول

x	۰/۰۵	۰/۱۰	۰/۱۵	۰/۲۰
$\operatorname{erf}(x)$	۰/۰۵۶۳۷	۰/۱۱۲۴۶	۰/۱۶۸۰۰	۰/۲۲۲۷۰

داده شده است.

(الف) $\operatorname{erf}(0.08)$ را با استفاده از درونیابی خطی تخمین بزنید.

(ب) تقریبی برای $\operatorname{erf}(0.08)$ با استفاده از چندجمله ای درونیاب نیوتن و همه نقاط جدول بیابید.

«موفق باشید»