



تمرینات درس ریاضیات عمومی ۱ - رشته مهندسی برق
سری چهارم: انتگرال

مدرس: حسینی

مهلت تحویل: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳

(۱) فرض کنید تابع f به صورت

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q} \\ -1, & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

تعریف شده باشد. حاصل انتگرال $\int_0^1 f(x) dx$ را در صورت وجود بیابید.

(۲) حدود زیر را محاسبه کنید.

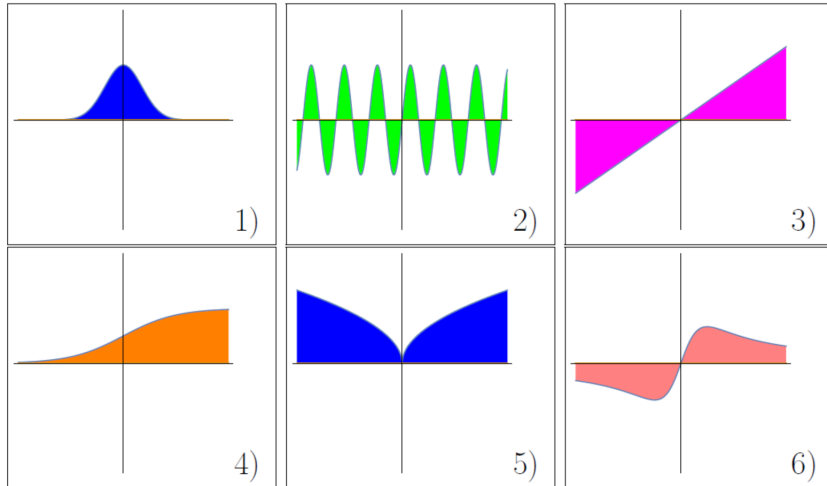
(i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\left(1 + \frac{1}{n}\right)^5 + \left(1 + \frac{2}{n}\right)^5 + \dots + \left(1 + \frac{n}{n}\right)^5 \right),$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \int_0^x (t-x)\sqrt{\cos t} dt,$

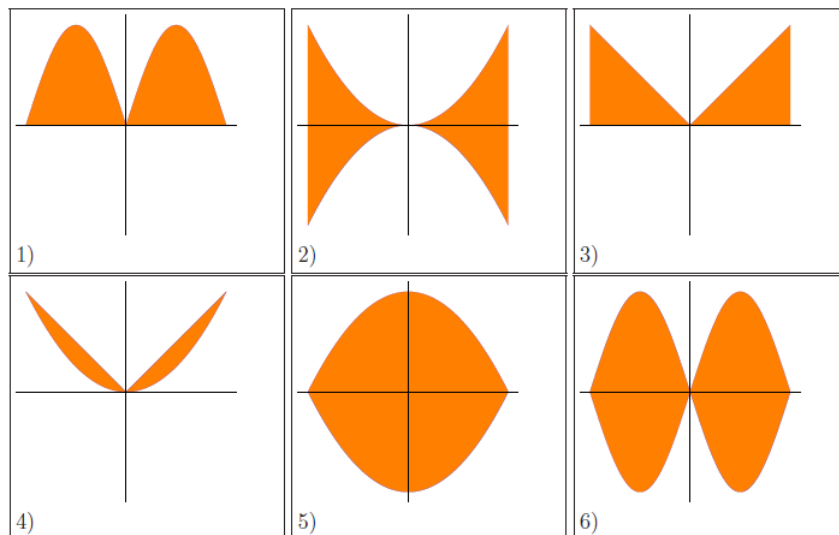
(iii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{1}{n} \left(\frac{n}{n+1} + \frac{n}{n+2} + \dots + \frac{n}{2n} \right),$

(۳) در جاهای خالی، ناحیه متناظر با انتگرال‌های داده شده را مشخص کنید.

انتگرال	۱ - ۶	انتگرال	۱ - ۶
$\int_{-4}^4 \frac{x}{\sqrt{x}} dx$		$\int_{-4}^4 \frac{e^x}{\sqrt{1+e^x}} dx$	
$\int_{-4}^4 \sqrt{ x } dx$		$\int_{-4}^4 \sin(5x) dx$	
$\int_{-4}^4 e^{-x^2} dx$		$\int_{-4}^4 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx$	



انتگرال ۱ - ۶	انتگرال ۱ - ۶
$\int_{-1}^1 x dx$	$\int_{-1}^1 (2 - 2x^2) dx$
$\int_{-1}^1 \sin(\pi x) dx$	$\int_{-1}^1 2x^2 dx$
$\int_{-1}^1 \sin(\pi x) - (-\sin(\pi x)) dx$	$\int_{-1}^1 (x - x^2) dx$



(۴) انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید.

$$(i) \int \tan^{-1} x \, dx, \quad (ii) \int \frac{x^3 + 2}{x^3 - x} \, dx, \quad (iii) \int \frac{x^2 + 2}{4x^5 + 4x^3 + x} \, dx, \quad (iv) \int \frac{dx}{x(x-1)^2},$$

$$(v) \int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{1+x^2} \, dx, \quad (vi) \int_0^\pi \frac{x \sin x}{2 - \sin^2 x} \, dx, \quad (vii) \int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} \, dx,$$

$$(viii) \int_{-1}^3 [2x] \, dx, \quad (ix) \int_0^n [t^2] \, dt, \quad (x) \int_0^2 \sqrt{4-x^2} \operatorname{sign}(x-1) \, dx.$$

(۵) فرض کنید تابع f همه جا تعریف شده باشد و f'' تابعی پیوسته باشد و $f(0) = f(1)$ و $f'(1) = 3$. مقدار انتگرال $\int_0^1 x f''(x) \, dx$ را بیابید.

«موفق باشید»