

به نام خدا

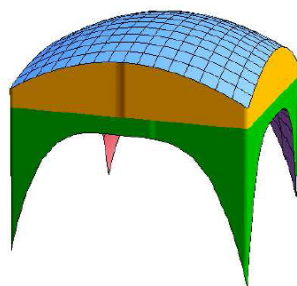


تمرینات درس ریاضیات عمومی ۲- رشته مهندسی مکانیک سری چهارم- ضرایب لاگرانژ- انتگرال‌های چندگانه

مدرس: حسینی

مهلت تحویل: ۱۳۹۷/۰۳/۲۵

(۱) ضخامت ناحیه محصور شده توسط توابع $f_1(x, y) = 10 - 2x^2 - 2y^2$ و $f_2(x, y) = -x^4 - y^4 - 2$ با $f(x, y) = f_1(x, y) - f_2(x, y)$ مشخص شده است.

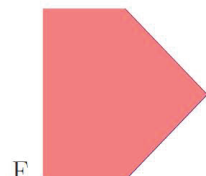
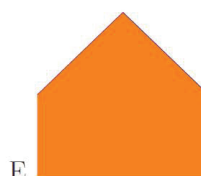
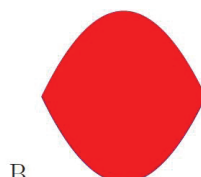
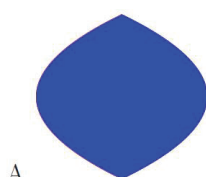


تمامی نقاط بحرانی f و کمینه ضخامت سراسری f را بیابید.

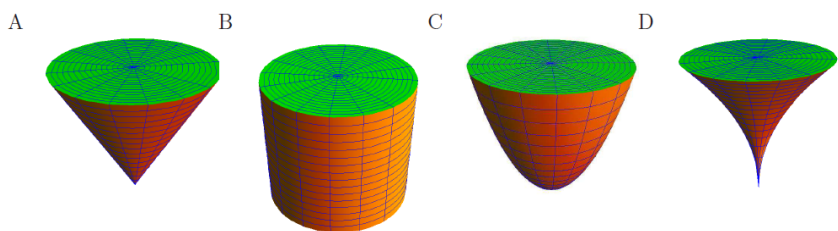
(۲) مکانی روی شهاب سنگ بیضوی $g(x, y) = 5x^2 + y^2 + 3z^2 = 9$ بیابید به طوری که دمای شهاب سنگ که با رابطه $f(x, y) = 750 + 5x - 2y + 9z$ داده شده است، دارای بیشینه مقدارش باشد.

(۳) در جاهای خالی، ناحیه متناظر با انتگرال‌های دوگانه داده شده را مشخص کنید.

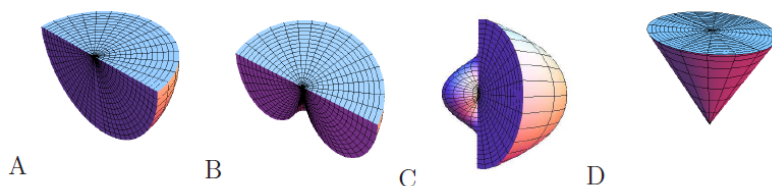
انتگرال	A-F
$\int_{-1}^1 \int_{-1}^{1- y } f(x, y) dx dy$	
$\int_{-1}^1 \int_y^{2-y} f(x, y) dx dy$	
$\int_{-1}^1 \int_{x^2}^{2-x^2} f(x, y) dy dx$	
$\int_{-1}^1 \int_{ x }^{2-x^2} f(x, y) dy dx$	
$\int_{-1}^1 \int_y^{2-y^2} f(x, y) dx dy$	
$\int_{-1}^1 \int_{-1}^{2- x } f(x, y) dy dx$	



انتگرال	A-D
$\int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_r^1 r dz dr d\theta$	
$\int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_{r^2}^1 r dz dr d\theta$	
$\int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_{\sqrt{r}}^1 r dz dr d\theta$	
$\int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_0^1 r dz dr d\theta$	



انتگرال	A-D
$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/4} \int_0^{1/\cos\phi} \rho^2 \sin\phi d\rho d\phi d\theta$	
$\int_0^\pi \int_{\pi/2}^\pi \int_0^{\sin\phi} \rho^2 \sin\phi d\rho d\phi d\theta$	
$\int_0^\pi \int_{\pi/2}^\pi \int_0^1 \rho^2 \sin\phi d\rho d\phi d\theta$	
$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^{\pi-\theta} \rho^2 \sin\phi d\rho d\phi d\theta$	



(۴) انتگرال مکرر

$$I = \iint_R \frac{y^2}{x^3} \sqrt{xy} \cos(xy) dx dy,$$

که در آن R ناحیه محدود به منحنی‌های $y = 4x$ و $y = x$ ، $xy = \pi/2$ ، $xy = 0$ است، را در نظر بگیرید.

(الف) ناحیه انتگرال‌گیری R را در صفحه xy رسم کنید.

(ب) تبدیل مختصات $u^2 = xy$ و $v^2 = y/x$ ، ناحیه R در صفحه xy را به ناحیه S در صفحه uv تصویر می‌کند. I را پس از رسم ناحیه S ، محاسبه کنید.

(۵) انتگرال‌های زیر را در نواحی داده شده حساب کنید.

$$T \text{ مثلثی به رئوس } (0,0), (1,0), (1,1) \text{ است.} \quad \iint_T \frac{xy}{1+x^2} dA \quad (\text{i})$$

$$R = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{2}{\pi} \leq x < \infty, 0 \leq y \leq \frac{1}{x} \right\} \quad \iint_R \frac{1}{x} \sin \frac{1}{x} dA \quad (\text{ii})$$

$$R \text{ چهاروجهی تعریف شده با } x+y+z \leq \pi, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \text{ است.} \quad \iiint_R \cos x \cos y \cos z dv \quad (\text{iii})$$

$$D \text{ مینیم دو ناحیه توپر محدود به سطوح } x^2 + y^2 + z^2 = 6a^2 \text{ و } z = \frac{1}{a}(x^2 + y^2) \text{ است.} \quad \iiint_D (x^2 + y^2) dv \quad (\text{iv})$$

که در آن a یک ثابت مثبت است، می‌باشد.

(v) حجم محدود به ناحیه‌ای در $\mathbb{R}^3$ متشکل از نقاطی که داخل مخروط $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$ و بالای کره $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ قرار دارند.

$$\int_0^1 \int_x^{\sqrt{x}} \sqrt{1-y^2} dy dx \quad (\text{vi})$$

$$\int_0^\infty \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} dx \quad (\text{vii})$$

(۶) فرض کنید S کره‌ای به معادله $x^2 + y^2 + z^2 = 2az$ ($a > 0$) باشد. نشان دهید مخروط C به معادله $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ درون S را به دو قسمت تقسیم می‌کند به‌طوری‌که حجم یکی سه برابر حجم دیگری است.

«موفق باشید»