



تمرینات درس مبانی آنالیز عددی- رشته علوم کامپیوتر  
سری دوم: حل عددی دستگاه معادلات خطی

مهلت تحویل: ۱۴۰۳/۰۹/۰۲

مدرس: حسینی

(۱) دستگاه معادلات خطی زیر را با روش حذفی گاوس حل کنید.

$$\begin{aligned} 2x_1 + 4x_2 - 4x_3 + x_4 &= 0, \\ 3x_1 + 6x_2 + x_3 - 2x_4 &= -7, \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 4, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 &= 2. \end{aligned}$$

(۲) دستگاه معادلات خطی

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 3, \\ -10x_1 + 10^5x_2 &= 10^5, \end{aligned}$$

را در نظر بگیرید. جواب این دستگاه را با روش حذفی گاوس در حساب ممیز شناور چهار رقمی و با استفاده از راهکارهای زیر به دست آورید:

(الف) محورگیری جزئی؛

(ب) محورگیری جزئی مقیاس شده؛

(پ) محورگیری کامل؛

(ت) جواب دقیق دستگاه را به دست آورده و با جواب‌های حاصل از قسمت‌های (الف)-(پ) مقایسه کنید.

(۳) فرض کنید هدف به دست آوردن تجزیه‌ای به شکل

$$\begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ d_2 & 1 & & & & \\ & \ddots & \ddots & & & \\ & & \ddots & \ddots & & \\ & & & \ddots & \ddots & \\ & & & & d_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 & c_1 & & & & \\ & e_2 & c_2 & & & \\ & & \ddots & \ddots & & \\ & & & e_{n-1} & c_{n-1} & \\ & & & & e_n & \end{bmatrix},$$

برای ماتریس سه قطری

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & c_1 & & & \\ b_2 & a_2 & c_2 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & b_{n-1} & a_{n-1} & c_{n-1} \\ & & & b_n & a_n \end{bmatrix},$$

باشد.

- (الف) یک رابطه بازگشتی به دست آورید که مقادیر  $d_k$  و  $e_k$  را بر حسب  $a_k$ ،  $b_k$  و  $c_k$  تعیین کند.  
 (ب) تحت چه شرطی روی ماتریس  $A$ ، این تجزیه همواره وجود دارد؟

(۴) ماتریس  $A$  و بردار  $b$  را به صورت

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 17 \\ 3 & 6 & -12 & 3 \\ 2 & 3 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & 6 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 17 \\ 3 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix},$$

در نظر بگیرید.

- (الف) توضیح دهید چرا ماتریس  $A$  دارای تجزیه  $LU$  نیست؟  
 (ب) با استفاده از محورگیری جزئی و ماتریس جایگشت مناسب  $P$ ، تجزیه  $LU$  برای ماتریس  $PA$  بیابید؟  
 (پ) با استفاده از ماتریس های  $P$ ،  $L$  و  $U$  جواب دستگاه  $AX = b$  را به دست آورید.

«موفق باشید»