

به نام خدا



تمرینات درس ریاضیات عمومی ۲ - رشته مهندسی برق  
سری دوم: مختصات فضایی - سطوح درجه دو، بردار، خط و صفحه

مهلت تحویل: ۱۴۰۲/۰۲/۱۸

مدرس: حسینی

(۱) رویه‌های زیر را رسم و توصیف کنید.

$$\text{(الف)} \quad x^2 - y^2 - z^2 - 4x - 4y = 0 \quad \text{(ب)} \quad \rho = 4 \sec \phi$$

$$\text{(پ)} \quad \begin{cases} \theta = \frac{\pi}{4} \\ \rho = 2a \sin \phi \end{cases} \quad \text{(ت)} \quad z^2 = r^2 + (r^2 + z^2)^{\frac{2}{3}}$$

(۲) معادله رویه دوار حاصل از دوران منحنی  $\{(x-1)^2 + z^2 = 1, y = 0\}$  حول خط  $\{x = 3, y = 0\}$  را یافته و سپس، معادله آن را در مختصات کروی به دست آورید.

(۳) فرض کنید فاصله نقطه  $P$  از خط  $AB$  برابر  $d$  باشد. نشان دهید مقدار  $d$  از رابطه

$$d = \frac{|(\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_P) \times (\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_P)|}{|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B|}$$

نتیجه می‌شود که در آن  $\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B$  و  $\mathbf{r}_P$  به ترتیب بردارهای مکان نقاط  $A, B$  و  $P$  هستند.

(۴) سه نقطه  $A(1, 0, 1), B(0, 1, 0)$  و  $C(1, 1, 0)$  داده شده‌اند. مکان هندسی نقاطی از فضا را چنان بیابید که از هر سه نقطه به یک فاصله باشند.

(۵) نقاط  $P_1(1, 0, 2)$  و  $P_2(-1, 2, 0)$  و صفحه  $M$  به معادله  $2x - 4y + z = 10$  را در نظر بگیرید.

(الف) مقدار  $c$  را طوری بیابید که نقطه  $P_3(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, c)$  روی صفحه  $M$  واقع شود؛

(ب) معادله صفحه  $N$  را چنان بیابید که شامل نقاط  $P_1$  و  $P_2$  بوده و بر صفحه  $M$  عمود باشد؛

(پ) معادلات پارامتری خط  $l$  روی صفحه  $M$  و عمود بر صفحه  $N$  را چنان بیابید که از نقطه  $P_2$  بگذرد.

(۶) رویه  $S$  به معادله  $x^2 - y^2 + z^2 = 1$  مفروض است.

(الف) نشان دهید دقیقاً دو خط راست از نقطه  $(1, 1, 1)$  می‌گذرند که تماماً بر رویه فوق قرار دارند.

(ب) معادلات پارامتری خم حاصل از تلاقی  $S$  را با صفحه  $xy = 2$  بدست آورید.

(۷) معادله صفحه گذرنده از نقطه  $P_0(2, 1, -1)$  و عمود بر فصل مشترک صفحات  $2x + y - z = 3$  و  $x + 2y + z = 2$  را بیابید.

«موفق باشید»