

به نام خدا



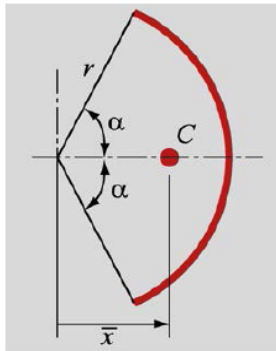
تمرینات درس مبانی آنالیز عددی- رشته علوم کامپیوتر
سری سوم: حل عددی معادلات (دستگاه معادلات) غیرخطی

مدرّس: حسینی

مهلت تحویل: ۱۴۰۳/۰۹/۱۶

(۱) با استفاده از روش تنصیف تقریبی برای $\sqrt{25}$ با دقت 10^{-4} به دست آورید.

(۲) با استفاده از روش نیوتن، کوچکترین ریشه مثبت معادله $10 \int_0^x e^{-x^2} dt = 1$ را تا شش رقم اعشار درست بیابید.



(۳) مرکزگن یک قطاع دایره‌ای از رابطه $\bar{x} = \frac{r \sin \alpha}{\alpha}$ که در آن α ، زاویه شعاع حامل r با محور قطبی است، به دست می‌آید. تقریبی برای α ، به ازای $\bar{x} = \frac{3r}{4}$ با استفاده از روش‌های زیر به دست آورید:

(الف) روش تنصیف (بازه اولیه را $[0.5, 1.5]$ در نظر گرفته و دو تکرار انجام دهید). حداقل تعداد تکرار لازم برای آنکه تقریب حاصل دارای ۴ رقم اعشار درست باشد، را بیابید.

(ب) روش تکرار ساده با استفاده از تقریب اولیه $\alpha_1 = 0.5$.

(۴) جواب تقریبی دستگاه معادلات غیرخطی زیر را با استفاده از روش نیوتن و به‌ازای تقریب اولیه (۱, ۱) به دست آورید. سه تکرار انجام دهید.

$$-2x_1^3 + 3x_2^2 + 42 = 0,$$

$$5x_1^2 + 3x_2^2 - 69 = 0.$$

(۵) الف) نشان دهید معادله $x^3 - 2x - 2 = 0$ ریشه حقیقی یکتایی در بازه $[1, 2]$ دارد.

ب) با ذکر دلیل مشخص کنید کدامیک از روش‌های تکراری

$$x_{n+1} = \frac{1}{4}(x_n^3 - 2) \quad (a)$$

$$x_{n+1} = (2x_n + 2)^{\frac{1}{3}} \quad (b)$$

$$x_{n+1} = \frac{2x_n^3 + 2}{3x_n^2 - 2} \quad (c)$$

برای محاسبه ریشه حقیقی معادله قسمت الف)، همگرایند و کدامیک دارای همگرایی خطی و درجه دو هستند.

(۶) با ذکر دلیل مشخص کنید کدامیک از روش‌های تکراری

$$\alpha = 2, x_{n+1} = -1 + x_n + x_n^2 \quad (a)$$

$$\alpha = 1, f(x) = x(1-x)^2 \quad \text{برای روش نیوتن} \quad (b)$$

$$\alpha = 1, x_{n+1} = x_n^2 + x_n^{-2} - 1 \quad (c)$$

$$\alpha = \pi, f(x) = \sin(x) \quad \text{برای روش نیوتن} \quad (d)$$

برای محاسبه ریشه α ، به ازای انتخاب تقریب‌های اولیه مناسب، همگرایند. مرتبه همگرایی روش، در صورت همگرایی، را به دست آورید.

«موفق باشید»