

به نام خدا



تمرینات درس جبر خطی عددی- رشته علوم کامپیوتر سری سوم- روش های تکراری تقریب مقادیر ویژه

مهلت تحویل: ۱۳۹۸/۰۳/۲۷

مدرس: حسینی

(الف) نشان دهید اگر ماتریس A با تبدیل مشابه AP^{-1} قطری شود و B یک ماتریس دلخواه باشد آن گاه مقادیر ویژه $A+B$ در اجتماع دایره های

$$\{z \in \mathbb{C} : |z - \lambda_k| \leq \kappa_\infty(P) \|B\|_\infty\},$$

قرار دارند که در آن $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ مقادیر ویژه ماتریس A بوده و $\kappa_\infty(P)$ عدد حالت ماتریس P است.

(ب) نشان دهید همه مقادیر ویژه ماتریس

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \end{bmatrix},$$

مثبت هستند.

(الف) نشان دهید ماتریس $Q = (q_{ij}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ متعامد است اگر و تنها اگر ستون های آن مجموعه ای یکا متعامد در $\mathbb{R}^n$ باشند.

(ب) اگر λ مقدار ویژه ای از Q باشد آن گاه $|\lambda| = 1$.

(۳) ماتریس زیر را در نظر بگیرید

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -3 & -7 \\ 0 & 2 & 6 \end{bmatrix},$$

با استفاده از روش تکراری توانی، تقریبی برای بزرگترین مقدار ویژه و بردار ویژه متناظر آن بیابید. حدس اولیه را $x^{(0)} = [1, 0, 0]^T$ در نظر بگیرید و سه تکرار انجام دهید.

(الف) نشان دهید ماتریس انعکاس هاوس-هولدر $H = I - 2ww^T$ که در آن $\|w\| = 1$ ، ماتریسی متقارن و متعامد است.

(ب) مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس H را بیابید.

(۵) تجزیه QR ماتریس

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix},$$

را با استفاده از الگوریتم متعامدسازی گرام-اشمیت به دست آورید.

«موفق باشید»