



تمرینات درس جبرخطی عددی- رشته علوم کامپیوتر سری سوم- روش های تکراری تقریب مقادیر ویژه

مهلت تحویل: ۱۳۹۸/۱۰/۲۵

مدرس: حسینی

(۱) (الف) نشان دهید اگر ماتریس A با تبدیل مشابه AP^{-1} قطری شود و B یک ماتریس دلخواه باشد آنگاه مقادیر ویژه $A+B$ در اجتماع دایره های

$$\{z \in \mathbb{C} : |z - \lambda_k| \leq \kappa_\infty(P) \|B\|_\infty\},$$

قرار دارند که در آن $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ مقادیر ویژه ماتریس A بوده و $\kappa_\infty(P)$ عدد حالت ماتریس P است.
(ب) نشان دهید همه مقادیر ویژه ماتریس

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \end{bmatrix},$$

مثبت هستند.

(۲) (الف) نشان دهید ماتریس انعکاس هاوس- هولدر $H = I - 2ww^T$ که در آن $\|w\| = 1$ ، ماتریسی متقارن و متعامد است.
(ب) مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس H را بیابید.

(۳) ماتریس زیر را در نظر بگیرید

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -3 & -7 \\ 0 & 2 & 6 \end{bmatrix},$$

با استفاده از روش تکراری توانی، تقریبی برای بزرگترین مقدار ویژه و بردار ویژه متناظر آن بیابید. حدس اولیه را $X^{(0)} = [1, 0, 0]^T$ در نظر بگیرید و سه تکرار انجام دهید.

(۴) تجزیه QR ماتریس

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix},$$

را با استفاده از الگوریتم متعامدسازی گرام-اشمیت به دست آورید.

(۵) یک تجزیه مقدار تکین برای ماتریس زیر بیابید.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$