

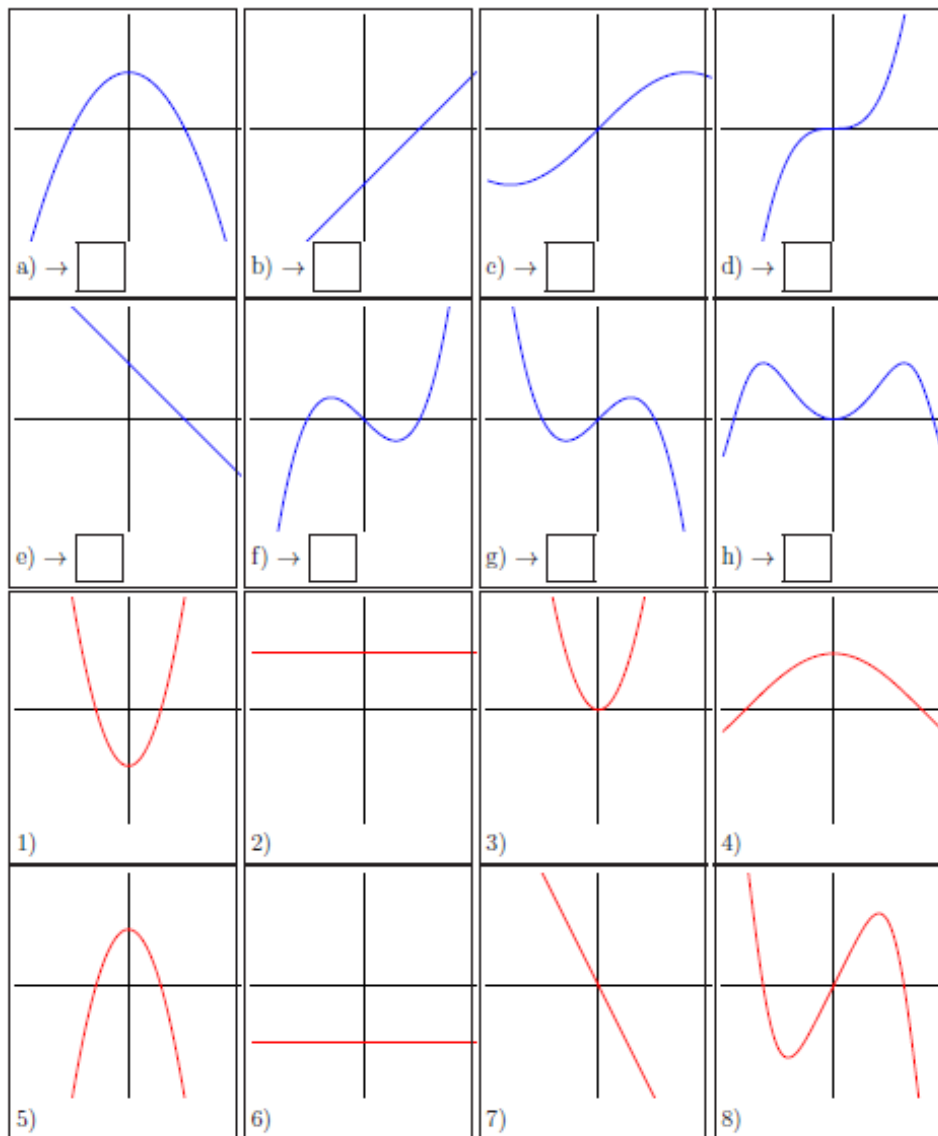


تمرینات درس ریاضیات عمومی ۱ - رشته مهندسی برق
سری سوم: مشتق و کاربردهای آن

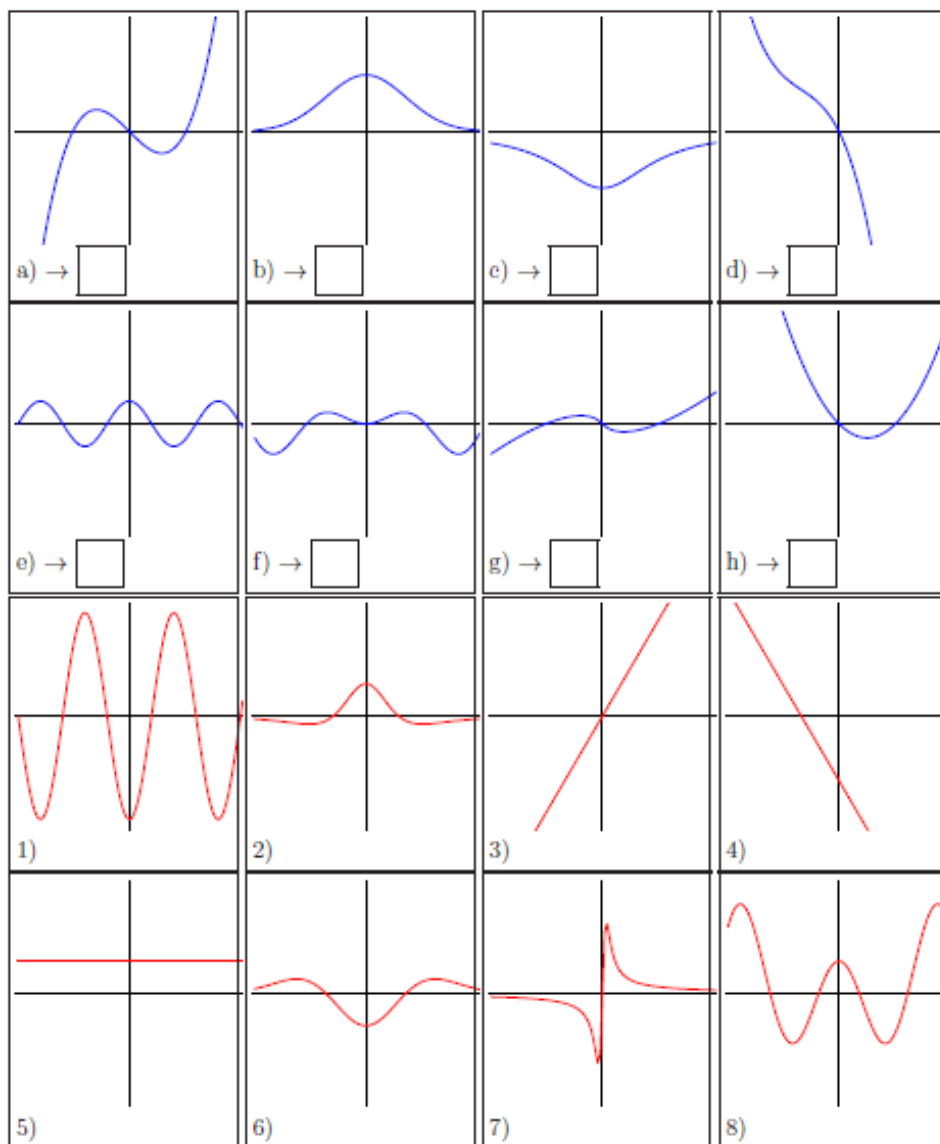
مهلت تحویل: ۱۴۰۳/۰۹/۱۶

مدرس: حسینی

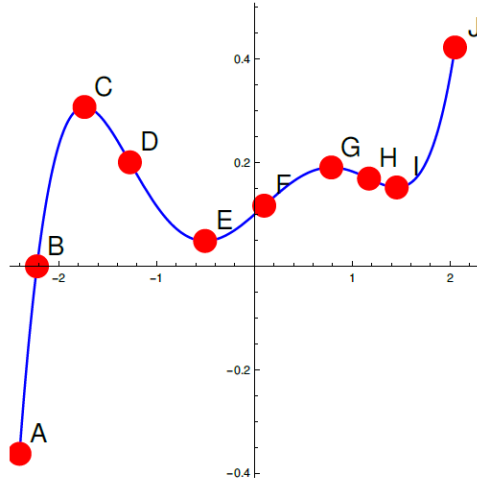
۱) با توجه به نمودار توابع داده شده (نمودارهای a-h)، نمودار تابع مشتق متناظر آن، f' ، (نمودارهای ۱-۸) را مشخص کنید.



۲) با توجه به نمودار توابع داده شده (نمودارهای a-h)، نمودار تابع مشتق دوم متناظر آن، f'' ، (نمودارهای ۱ - ۸) را مشخص کنید.



۳) با توجه به نمودار زیر به سوالات پاسخ دهید.

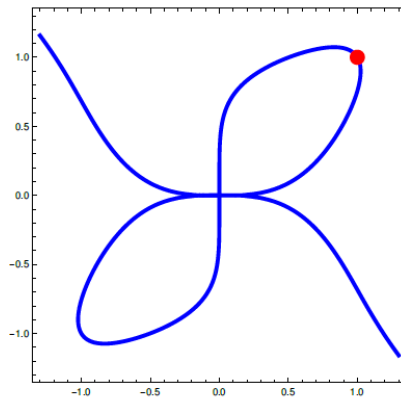


- (الف) کدامیک از نقاط A-J ریشه هستند.
 (ب) کدامیک از نقاط A-J نقاط عطف هستند.
 (پ) کدامیک از نقاط A-J ماکزیمم موضعی هستند.
 (ت) کدامیک از نقاط A-J مینیمم موضعی هستند.
 (ث) کدامیک از نقاط A-J ماکزیمم سراسری هستند.

(۴) مختصات دو خودرو در تقاطع آزادراه به ترتیب برابر $x(t)$ و $y(t)$ است. می دانیم

$$x^y + y^y - 2xy^2 = 0.$$

همچنین، $x'(0) = 3$ ، $x(0) = 1$ و $y(0) = 1$. مشتق $y(t)$ را به دست آورید.



(۵) فرض کنید یک دسته آهنربای قوی نفوذیم حلقه‌ای شکل دارید به طوری که شعاع داخلی آنها برابر x ، شعاع بیرونی برابر $y = 1$ و ارتفاع برابر $h = x$ است. می‌خواهیم مساحت سطح

است از $A = 2\pi(y-x)h + 2\pi(y^2 - x^2)$ را بیشینه کنیم. بنابراین، این مقدار بیشینه کردن عبارت

$$f(x) = 2\pi(1-x)h + 2\pi(1-x^2)$$



(الف) با استفاده از اینکه $f(x)$ مساحت سطح است، در کدام بازه $[a, b]$ بایستی در نظر گرفته شود؟

(ب) ماکزیم موضعی در این بازه را بیابید.

(پ) با استفاده از آزمون مشتق دوم، درستی (ب) را بررسی کنید.

(ت) ماکزیم سراسری در این بازه را بیابید.

(۶) یک قطعه سیم به طول l را بریده و به دو قسمت تقسیم می‌کنیم. یکی را به شکل مربع و دیگری را به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع خم می‌کنیم. برای اینکه مجموع مساحت‌ها کمینه شود، نسبت طول‌های بریده شده را تعیین کنید.

(۷) مقدار حدود زیر را به دست آورید.

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}, (a, b > 0) \quad (ii) \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 - \cos \frac{1}{x} \right)$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x} \quad (iv) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \ln x, (a > 0)$$

$$(v) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^x \quad (vi) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x}}$$

(۸) فرض کنید f بر بازه $[0, 1]$ پیوسته و $f(0) = 0$ باشد. همچنین، فرض کنید f' بر بازه $(0, 1)$ موجود و صعودی باشد. نشان دهید تابع $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ بر بازه $(0, 1)$ صعودی است.

«موفق باشید»