

۱

شهر ریاضی

سؤال سخت

سی و دو وزنه با وزنهای متفاوت و یک ترازوی دو کفه‌ای داریم و می‌خواهیم وزنه‌هایی که از نظر سنگینی اول و دوم هستند را پیدا کنیم. حداقل چند بار از ترازو استفاده می‌کنید؟

mirzavaziri.ir

سؤال سخت

پنج نفر با شماره‌های ۱ تا ۵ بیرون یک کلاس که دارای ۵ صندلی با شماره‌های ۱ تا ۵ است ایستاده‌اند. این افراد به ترتیب وارد کلاس می‌شوند. وقتی i وارد کلاس می‌شود حق دارد در صندلی‌هایی که شماره آنها مضرب i است و هنوز خالی مانده‌اند بنشیند. اگر i هیچ صندلی خالی مجازی برای خود پیدا نکند از کلاس خارج می‌شود. این ۵ نفر به چند روش می‌توانند روی صندلی‌ها بنشینند؟

سؤال سخت

یک مکعب $5 \times 5 \times 5$ داریم. می‌خواهیم تعدادی رخ در خانه‌های این مکعب قرار دهیم به طوری که هر یک از خانه‌های مکعب حداقل توسط یکی از رخ‌ها تهدید شود. رخ‌ها می‌توانند در هر سه جهت مختصات حرکت کنند. حداقل چند رخ لازم داریم؟

۴

شهر ریاضی

سؤال سخت

تعداد ۵ نقطه با شماره‌های ۱ تا ۵ روی محیط یک دایره قرار گرفته‌اند. به چند طریق می‌توان این نقاط را دو به دو به یکدیگر وصل کرد به طوری که هیچ دو خطی یکدیگر را قطع نکنند؟

mirzavaziri.ir

۵

شهر ریاضی

سؤال سخت

آیا می‌توان اعداد $۱, ۱, ۲, ۲, ۳, ۳, ۴, ۴, ۵, ۵, ۶, ۶, ۷, ۷, ۸, ۸$ را به ترتیبی در کنار هم نوشت که بین دو بار ظاهر شدن k (برای هر $۱ \leq k \leq ۸$) تعداد k عدد آمده باشد؟ در مورد اعداد $۱, ۱, ۲, ۲, ۳, ۳, ۴, ۴, ۵, ۵, ۶, ۶$ چطور؟

mirzavaziri.ir

۶

شهر ریاضی

سؤال سخت

مجموعه A از اعداد را ضرب-آزاد گوئیم اگر حاصلضرب هیچ دو عضو آن، عضوی از آن نباشد. زیرمجموعه‌ای با بیشترین تعداد عضو از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ مثال بزنید که ضرب-آزاد باشد.

mirzavaziri.ir

۷

شمار ریاضی

سؤال سخت

می‌دانیم اعداد ۱ تا ۹ را می‌توان به $9!$ روش مختلف در کنار هم قرار داد که اگر آنها را به ترتیب صعودی مرتب کنیم، اولین عدد ۱۲۳۴۵۶۷۸۹ و آخرین عدد ۹۸۷۶۵۴۳۲۱ است. عدد پنج هزار و هشتصد و بیست و سوم در این فهرست کدام است؟

mirzavaziri.ir



شهر ریاضی

سؤال سخت

تعداد ۷ نقطه روی صفحه رسم کرده‌ایم و آنها را دو به دو به هم وصل کرده‌ایم. می‌خواهیم خط‌های رسم شده را با تعدادی رنگ، رنگ‌آمیزی کنیم به طوری که هیچ سه نقطه‌ای را نتوانیم پیدا کنیم که با سه رنگ مختلف به هم وصل شده باشند (یعنی نتوانیم مثلی با سه رنگ متفاوت پیدا کنیم). حداکثر چند رنگ می‌توانیم به کار ببریم؟

mirzavaziri.ir

سؤال سخت

یک صفحه شطرنجی 4×4 را در نظر بگیرید. دو طرف این صفحه را به هم می‌چسبانیم تا یک استوانه درست شود. سپس دو سر این استوانه را به هم می‌چسبانیم تا یک دونات درست شود. اکنون می‌خواهیم در برخی از خانه‌های این دونات مهره شاه قرار دهیم طوری که شاه‌ها یکدیگر را تهدید نکنند. حداکثر چند شاه می‌توان گذاشت؟ (شاه تمام خانه‌های اطراف خود را تهدید می‌کند.)

سؤال سخت

یک صفحه شطرنج 5×5 داریم که از ۲۵ خانه تشکیل شده است. می‌خواهیم در بعضی از خانه‌ها علامت ضربدر بزنیم به طوری که هر خانه از صفحه حداقل یک خانه ضربدر خورده را در همسایگی خود ببیند (دو خانه همسایه‌اند هرگاه در یک ضلع مشترک باشند). حداقل تعداد خانه‌هایی که می‌توان ضربدر زد چند است؟

۱۱

شهر ریاضی

سؤال سخت

آیا عدد $۱۰۲۰...۱۳۱۲۱۱۰۱۰۹۸۷۶۵۴۳۲۱$ مضرب ۱۱ است؟

mirzavaziri.ir

سؤال سخت

۱۰ نقطه در صفحه داده شده است که هیچ سه تایی از آنها روی یک خط راست قرار ندارند. می‌دانیم بین این نقاط ۲۷ پاره‌خط رسم شده است. حداقل چند مثلث در این شکل وجود دارد؟

۱۳

شهر ریاضی

سؤال سخت

۱۰ نقطه در صفحه داده شده است که هیچ سه تایی روی یک خط راست قرار ندارند. حداکثر چند پاره خط می توان بین این نقاط رسم کرد به طوری که هیچ مثلی به وجود نیاید؟

mirzavaziri.ir

۱۴

شهر ریاضی

سؤال سخت

کوچکترین عدد طبیعی مانند n را بیابید که وقتی رقم یکان آن را بر می داریم و به سمت چپ عدد منتقل می کنیم، عدد حاصل مضربی از n شود.

mirzavaziri.ir

سؤال سخت

۶ نفر می‌خواهند اشیاء گران قیمت خود را در یک صندوقچه بگذارند و قفل‌هایی برای آن صندوقچه بگذارند و برخی از افراد کلید برخی از قفل‌ها را داشته باشند به طوری که هر ۳ نفر از آنها بتوانند در صندوق را باز کنند ولی هیچ ۲ نفر از آنها نتوانند این کار را انجام دهند. حداقل چند قفل باید برای صندوقچه بگذاریم و کلید هر قفلی را به چه فرد یا افرادی باید بدهیم؟

سؤال سخت

می‌خواهیم در صفحه مختصات از نقطه $(0, 0)$ خود را به نقطه $(5, 5)$ برسانیم به طوری که مسیر حرکت ما از نقاط با مختصات صحیح عبور کند، همیشه به راست یا بالا حرکت کنیم و زیر نیمساز ربع اول باشیم. به چند طریق می‌توانیم این کار را انجام دهیم؟

سؤال سخت

- کدام یک از جملات زیر درست است؟
- آ. تعداد جملات نادرست در اینجا برابر ۱ است.
 - ب. تعداد جملات نادرست در اینجا برابر ۲ است.
 - ج. تعداد جملات نادرست در اینجا برابر ۳ است.
 - د. تعداد جملات نادرست در اینجا برابر ۴ است.

۱۸

شمار ریاضی

سؤال سخت

به چند طریق می‌توان اعداد ۱ تا ۶ را دور یک دایره نوشت؟

mirzavaziri.ir

سؤال سخت

مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم دو زیرمجموعه از این مجموعه انتخاب کنیم که اشتراک آنها تهی باشد. این کار به چند روش ممکن است؟

۲۰

شهر ریاضی

سؤال سخت

به چند طریق می‌توان اعداد ۱، ۲، ۳ را در یک جدول 3×3 نوشت به طوری که در هر سطر و هر ستون هر عدد یک بار آمده باشد؟

mirzavaziri.ir

۲۱

شهر ریاضی

سؤال سخت

فرض کنید در مسابقه شهر ریاضی پول‌های ۱۳ امتیازی و ۲۴ امتیازی داریم. آیا می‌توانید مبلغ ۲۰۰ امتیاز را پرداخت کنید؟ به چند روش این کار ممکن است؟ اگر قرار باشد فقط با پرداخت پول این کار را انجام دهید به چند روش ممکن است؟

mirzavaziri.ir

سؤال سخت

یک عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱۰ در نظر می‌گیریم. مقسوم‌علیه‌های این عدد (غیر از خود عدد) را روی کاغذ می‌نویسیم. عددهای نوشته شده را با هم جمع می‌کنیم. این کار را ادامه می‌دهیم و هر وقت به ۱ رسیدیم متوقف می‌شویم. آیا امکان دارد که دفعهٔ هشتم به ۱ برسیم؟

۲۳

شهر ریاضی

سؤال سخت

عددی در مبنای ۵ مانند $\overline{abcde}$ بیابید که تعداد رقم‌های ۰ آن برابر a ، تعداد رقم‌های ۱ آن برابر b ، تعداد رقم‌های ۲ آن برابر c ، تعداد رقم‌های ۳ آن برابر d و تعداد رقم‌های ۴ آن برابر e باشد.

mirzavaziri.ir

۲۴

شهر ریاضی

سؤال سخت

از میان اعداد بین ۱ تا ۸۰ کدام یک بیشترین مقسوم علیه را دارد؟

mirzavaziri.ir

۲۵

شهر ریاضی

سؤال سخت

۱۰۰ سکه داریم که وزن یکی سنگین تر است. کمترین تعداد وزن کردن برای یافتن سکه تقلبی چقدر است؟

mirzavaziri.ir

۲۶

شهر ریاضی

سؤال سخت

یک عدد را خوب می نامیم هرگاه یکی از ارقامش مجموع ارقام دیگر باشد. شش عدد پنج رقمی خوب مثال بزنید.

mirzavaziri.ir

۲۷

شهر ریاضی

سؤال سخت

چهار نقطه در صفحه داریم که هیچ سه نقطه‌ای روی یک خط راست نیستند. می‌خواهیم تعدادی از پاره‌خط‌های ممکن را رسم کنیم. به چند روش این کار ممکن است؟

mirzavaziri.ir

۲۸

شهر ریاضی

سؤال سخت

یک عدد را خوب می نامیم هرگاه مجموع هیچ سه رقم آن مضرب ۳ نباشد. آیا می توانید یک عدد خوب ۶ رقمی مثال بزنید؟

mirzavaziri.ir

۲۹

شهر ریاضی

سؤال سخت

شش عدد مثال بزنید که تعداد مقسوم‌علیه‌های زوج آنها ۴ برابر تعداد مقسوم‌علیه‌های فرد آنها باشد.

mirzavaziri.ir

۳۰

شمار ریاضی

سؤال سخت

مقدار $۱ + ۳ + ۵ + \dots + ۹۹$ برابر چند است؟

mirzavaziri.ir