

به نام خدا



تمرینات درس مبانی آنالیز عددی- رشته‌های علوم کامپیوتر و آمار و کاربردها
سری پنجم-انتگرال‌گیری عددی

مهلت تحویل: ۱۳۹۸/۱۰/۲۴

مدرس: حسینی

(۱) ضرایب w_0 ، w_1 و w_2 را طوری بیابید که روش انتگرال‌گیری عددی

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = w_0 f(-1) + w_1 f(0) + w_2 f(1),$$

بالاترین درجه دقت را داشته باشد.

(۲) برای محاسبه مقدار تقریبی انتگرال $\int_0^1 e^{x^2} dx$ با قاعده

الف) ذوزنقه‌ای مرکب،

ب) سیمپسون مرکب،

و با دقت $\varepsilon = 10^{-6}$ ، بازه $[0, 1]$ حداقل به چند زیربازه باید تقسیم شود؟

(۳) توزیع نرمال تجمعی به صورت

$$N(y) = \int_{-\infty}^y \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx,$$

تعریف می‌شود. با استفاده از یک تغییر متغیر مناسب، $N(1)$ را به یک انتگرال بر روی بازه‌ای متناهی تبدیل کنید. سپس، با استفاده از قاعده سیمپسون تقریبی برای آن به دست آورید.

(۴) ضرایب w_0 ، w_1 و w_2 را طوری تعیین کنید که فرمول انتگرال‌گیری

$$\int_0^1 \frac{f(x) dx}{\sqrt{x(1-x)}} \approx w_0 f(0) + w_1 f\left(\frac{1}{2}\right) + w_2 f(1),$$

دارای بالاترین درجه دقت باشد. سپس، با استفاده از آن تقریبی برای انتگرال زیر ارائه دهید

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x-x^3}}.$$

(۵) با استفاده از روش انتگرال‌گیری گاوس-لژاندر دو نقطه‌ای تقریبی برای انتگرال $\int_{\frac{1}{4}}^1 \ln x dx$ ، به دست

آوردید در صورتی که بازه $[\frac{1}{4}, 1]$ به دو زیربازه مساوی تقسیم شود.

«موفق باشید»