

به نام خدا



تمرینات درس ریاضیات عمومی ۲- رشته مهندسی مکانیک
سری اول: مختصات فضایی- توصیف سطوح درجه دو
بردار، خط و صفحه

مدرس: حسینی

مهلت تحویل: ۱۳۹۷/۰۱/۲۸

(۱) رویه‌های زیر را رسم و توصیف کنید.

(الف) $x^2 - y^2 - z^2 - 4x - 4y = 0$ (ب) $\rho = 4 \sec \phi$

(پ) $\begin{cases} \theta = \frac{\pi}{4}, \\ \rho = 2a \sin \phi \end{cases}$ (ت) $z^2 = r^2 + (r^2 + z^2)^{\frac{2}{3}}$

(۲) معادله رویه دوار حاصل از دوران منحنی $\{(x-1)^2 + z^2 = 1, y=0\}$ حول خط $\begin{cases} x=3, \\ y=0 \end{cases}$ را یافته و سپس، معادله آن را در مختصات کروی به دست آورید.

(۳) فرض کنید فاصله نقطه P از خط AB برابر d باشد. نشان دهید مقدار d از رابطه

$$d = \frac{|(\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_P) \times (\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_P)|}{|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B|},$$

نتیجه می‌شود که در آن $\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B$ و $\mathbf{r}_P$ به ترتیب بردارهای مکان نقاط A, B و P هستند.

(۴) سه نقطه $A(1, 0, 1)$, $B(0, 1, 0)$ و $C(1, 1, 0)$ داده شده‌اند. مکان هندسی نقاطی از فضا را چنان بیابید که از هر سه نقطه به یک فاصله باشند.

(۵) نقاط $P_1(1, 0, 2)$ و $P_2(-1, 2, 0)$ و صفحه M به معادله $2x - 4y + z = 10$ را در نظر بگیرید.

(الف) مقدار c را طوری بیابید که نقطه $P_3(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, c)$ روی صفحه M واقع شود؛

(ب) معادله صفحه N را چنان بیابید که شامل نقاط P_1 و P_2 بوده و بر صفحه M عمود باشد؛

(پ) معادلات پارامتری خط ℓ روی صفحه M و عمود بر صفحه N را چنان بیابید که از نقطه P_3 بگذرد.

(۶) رویه S به معادله $x^2 - y^2 + z^2 = 1$ مفروض است.

(الف) نشان دهید دقیقاً دو خط راست از نقطه $(1, 1, 1)$ می‌گذرند که تماماً بر رویه فوق قرار دارند.

(ب) معادلات پارامتری خم حاصل از تلاقی S را با صفحه $xy = 2$ بدست آورید.

(۷) معادله صفحه گذرنده از نقطه $P_0(2, 1, -1)$ و عمود بر فصل مشترک صفحات $2x + y - z = 3$ و $x + 2y + z = 2$ را بیابید.

«موفق باشید»