

به نام خدا



## تمرینات درس مبانی آنالیز عددی- رشته‌های علوم کامپیوتر و آمار و کاربردها سری چهارم- درونیایی

مهلت تحویل: ۱۳۹۸/۱۰/۱۸

مدرس: حسینی

(۱) حداکثر اندازه گام  $h$  را برای جدول‌بندی تابع  $\cos x$  در نقاط هم‌فاصله طوری بیابید که خطای حاصل از درونیایی خطی نابیشتر از  $10^{-4} \times 0.5$  باشد؟

(۲) فرض کنید  $P_n$  چندجمله‌ای درونیاب تابع  $f$  در نقاط متمایز  $x_0, x_1, \dots, x_n$  باشد. نشان دهید

$$\begin{vmatrix} P_n(x) & 1 & x & x^2 & \dots & x^n \\ f_0 & 1 & x_0 & x_0^2 & \dots & x_0^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_n & 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix} \equiv 0.$$

(۳) فرض کنید  $x_0, x_1, \dots, x_n$  نقاط متمایز باشند. نشان دهید

$$\sum_{i=0}^n x_i^{n+1} L_i(x) = (-1)^n \prod_{i=0}^n x_i.$$

(۴) ثابت کنید

$$f[x_0, x_1, \dots, x_n] = \sum_{i=0}^n \frac{f(x_i)}{w'(x_i)}.$$

که در آن  $w(x) = (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_n)$ .

(۵) تابع خطا به صورت

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt,$$

تعریف می‌شود. مقادیر این تابع به صورت جدول

| $x$                     | ۰ | ۱      | ۲      | ۳      |
|-------------------------|---|--------|--------|--------|
| $\operatorname{erf}(x)$ | ۰ | ۰/۱۱۲۷ | ۰/۲۲۲۷ | ۰/۳۲۸۶ |

داده شده است.

(الف)  $\operatorname{erf}(0.14)$  را با استفاده از درونیایی خطی تخمین بزنید.

(ب) تقریبی برای  $\operatorname{erf}(0.14)$ ، با استفاده از چندجمله‌ای درونیاب نیوتن و همه نقاط جدول بیابید.

«موفق باشید»